دولة الكويت
وزارة التربية

إجابة امتحان الفترة الدراسية الثانية للصف الثاني عشر علمي 2018 / 2019 م

المجال الدراسي : الرياضيات الزمن : ساعتان و 45 دقيقة الامتحان في 12 صفحة

القسم الأول : أسئلـة المقال

<u>تراعى الحلول الأخرى في جميع أسئلة المقال:</u>

14

<u>السؤال الأول</u> :

(a) أوجد مساحة المنطقة المحددة بمنحنى الدالة : $y_1 = 3 - x^2$
والمستقيم : $y_2 = -2x$ **(8 درجات)**

الحل :

لإيجاد الإحداثيات السينية لنقطتي التقاطع :

نضع $y_1 = y_2$

$\frac{1}{2}$ $\therefore 3 - x^2 = -2x$

$\frac{1}{2}$ $x^2 - 2x - 3 = 0$

1 $x = 3$ أو $x = -1$

نأخذ قيمة اختيارية تنتمي إلى الفترة $(-1, 3)$ ولتكن $x = 0$

$\frac{1}{2}$ $y_1 = 3 - (0)^2 = 3$

$\frac{1}{2}$ $y_2 = -2(0) = 0$

$\frac{1}{2}$ $\because y_1 \geq y_2 \quad \forall x \in [-1, 3]$

$\therefore$ مساحة المنطقة هي :

1 $A = \int_{-1}^{3} (y_1 - y_2)\, dx$

1 $= \int_{-1}^{3} (3 - x^2 + 2x)\, dx$

$1 + \frac{1}{2}$ $= \left[3x - \frac{x^3}{3} + x^2\right]_{-1}^{3}$

$\frac{1}{2}$ $= \left[3(3) - \frac{(3)^3}{3} + (3)^2\right] - \left[3(-1) - \frac{(-1)^3}{3} + (-1)^2\right]$

$\frac{1}{2}$ $= \frac{32}{3}$ (وحدة مربعة)

تابع السؤال الأول :

(b) أوجد $\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2}\,dx$ (6 درجات)

الحل :

$u = \frac{1}{x} + 3$	1
قاعدة التفاضل :	
$du = -\frac{1}{x^2}dx \Rightarrow -du = \frac{1}{x^2}dx$	$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$
$\int \frac{(\frac{1}{x}+3)^4}{x^2}\,dx = \int -u^4 du$	1
$= -\frac{u^5}{5} + c$	1 + 1
$= -\frac{1}{5}\left(\frac{1}{x}+3\right)^5 + c$	1

وزارة التربية الكنترول العلمي الأحمدي العاصمة الجهراء الفروانية حولي مبارك الكبير لجنة تقدير الدرجات

وزارة التربية التوجيه الفني العام للرياضيات

14

السؤال الثاني :

(a) أوجد التكامل :

$$\int (4x-1)\ln x \; dx$$

(6 درجات)

الحل :

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad u = \ln x \qquad dv = (4x-1)dx$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad du = \frac{1}{x}dx \qquad v = 2x^2 - x = x(2x-1)$

1 $\quad \int u\,dv = u\,.v - \int v\,du$

$$\int (4x-1)\ln x \; dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $\quad = x(2x-1)\ln x - \int \frac{1}{x}\,.x(2x-1)dx$

$\frac{1}{2}$ $\quad = x(2x-1)\ln x - \int (2x-1)dx$

1 $\quad = x(2x-1)\ln x - (x^2 - x) + c$

$\frac{1}{2}$ $\quad = x(2x-1)\ln x - x^2 + x + c$

(8 درجات)

تابع السؤال الثاني:

(b) أوجد طول القوس من منحنى الدالة f :

$f(x) = \frac{1}{3}(3+2x)^{\frac{3}{2}}$ في الفترة $[0\ ,\ 2]$

الحل :

1 $f'(x) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}(3+2\,x)^{\frac{1}{2}} \times 2$

$\frac{1}{2}$ $= \ (3+2\,x)^{\frac{1}{2}}$

1 $L = \int_0^2 \sqrt{1+(f'(x))^2}\ dx$

$\frac{1}{2}$ $L = \int_0^2 \sqrt{1+(\ (3+2\,x)^{\frac{1}{2}})^2}\ dx$

$\frac{1}{2}$ $L = \int_0^2 \sqrt{1+(3+2\,x)}\ dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int_0^2 \sqrt{4+2x}\ dx$

$\frac{1}{2}$ $= \int_0^2 \ (4+2\,x)^{\frac{1}{2}}\ dx$

$\frac{1}{2}$ $g(x) = 4+2\,x \quad \Rightarrow g'(x) = 2$

$\frac{1}{2}$ $L = \frac{1}{2}\int_0^2 2\,(4+2\,x)^{\frac{1}{2}}\ dx$

1 $= \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}\left[(4+2\,x)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2$

1 $= \frac{1}{3}\left[(4+2\,(2))^{\frac{3}{2}} - \ (4+2\,(0))^{\frac{3}{2}}\right]$

$\frac{1}{2}$ $L = \frac{1}{3}\left[16\sqrt{2}-8\right]\ \ units$

$L \approx 4.87 \quad units$

14

السؤال الثالث:

(a) أوجد التكامل: $\int cos^3(2x-3)\cdot \sin(2x-3)dx$

(6 درجات)

الحل :

1 $\quad u=\cos(2x-3)$

قاعدة التفاضل :

$1+\frac{1}{2}$ $\quad du=-2\sin(2x-3)dx \Rightarrow -\frac{1}{2}du=\sin(2x-3)dx$

$$\therefore \int cos^3(2x-3)\cdot \sin(2x-3)dx$$

1 $\quad =-\frac{1}{2}\int u^3du$

$1+\frac{1}{2}$ $\quad =-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\,u^4+C$

1 $\quad =-\frac{1}{8}cos^4(2x-3)+C$

تابع السؤال الثالث: **(8 درجات)**

(b) أوجد معادلة القطع الزائد الذي مركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه

$F_1(0, -\sqrt{5})$ ، ومعادلة أحد خطيه المقاربين : $y = 2x$

الحل :

$\because$ إحدى البؤرتين $F_1(0, -\sqrt{5})$

$\frac{1}{2}$ $\therefore$ المحور القاطع ينطبق على محور الصادات ومعادله القطع الزائد هي :

1 $$\frac{y^2}{a^2} - \frac{x^2}{b^2} = 1$$

$\frac{1}{2}$ $$c = \sqrt{5} \Rightarrow c^2 = 5$$

1 $$c^2 = a^2 + b^2$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore 5 = a^2 + b^2 \qquad (1)$$

$\frac{1}{2}$ معادلة المقارب : $y = \frac{a}{b}x$ حيث من المعطى $y = 2x$

1 $$\therefore \frac{a}{b} = 2 \Rightarrow a = 2b$$

بالتعويض في (1)

$\frac{1}{2}$ $$\therefore 5 = 4b^2 + b^2$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore 5 = 5b^2$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore b^2 = 1 \Rightarrow b = 1$$

$\frac{1}{2}$ $$a = 2(1) = 2 \Rightarrow a^2 = 4$$

معادلة القطع الزائد هي :

1 $$\frac{y^2}{4} - x^2 = 1$$

14

السؤال الرابع:

(a) أوجد التكامل : $\int \frac{3x-13}{x^2-8x+15}\,dx$

(7 درجات)

الحل :

حلل المقام :

$\frac{1}{2}$ $$x^2-8x+15=(x-3)(x-5)$$

$\frac{1}{2}$ $$\frac{3x-13}{x^2-8x+15}=\frac{A_1}{(x-3)}+\frac{A_2}{(x-5)}$$

1 $$3x-13=A_1(x-5)+A_2(x-3)$$

عوض عن x بـ 3

$\frac{1}{2}$ $$3(3)-13=A_1(3-5)+A_2(3-3)$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore A_1=2$$

عوض عن x بـ 5

$\frac{1}{2}$ $$3(5)-13=A_1(5-5)+A_2(5-3)$$

$\frac{1}{2}$ $$\therefore A_2=1$$

عوض عن A_2 و A_1 بقيمتيهما

$\frac{1}{2}$ $$\frac{3x-13}{x^2-8x+15}=\frac{2}{(x-3)}+\frac{1}{(x-5)}$$

$\frac{1}{2}$ $$\int \frac{3x-13}{x^2-8x+15}\,dx=\int \left(\frac{2}{x-3}+\frac{1}{x-5}\right)dx$$

$\frac{1}{2}$ $$=\int \frac{2}{x-3}\,dx+\int \frac{1}{x-5}\,dx$$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ $$=2\ln|x-3|+\ln|x-5|+C$$

تابع السؤال الرابع: (7 درجات)

(b) عند رمي حجر نرد مرة واحدة ، إذا كان المتغير العشوائي X يعبر عن :
((مربع العدد الظاهر مطروحًا منه 1 عندما يكون العدد الظاهر أصغر من 4 ، و2- لغير ذلك))
فأوجد :

1) فضاء العينة (S) وعدد عناصر $n(s)$
2) مدى المتغير العشوائي X
3) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي X
4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X

الحل :

1) فضاء العينة : S = {1 , 2 , 3 , 4 , 5 ,6 } $\frac{1}{2}$

، عدد عناصر فضاء العينة (S) : $n(s) = 6$ $\frac{1}{2}$

(2

عناصر فضاء العينة	عناصر مدى المتغير العشوائي
1	0
2	3
3	8
4	-2
5	-2
6	-2

1

مدى المتغير العشوائي: { 8 , 3 , 0 , -2} =X 1

(3

$$P(X=-2)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2} \quad , \quad P(X=0)=\frac{1}{6}$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

$$P(X=3)=\frac{1}{6} \quad , \quad P(X=8)=\frac{1}{6}$$ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

4) دالة التوزيع الاحتمالي f للمتغير العشوائي X :

x	-2	0	3	8
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$

القسم الثاني (البنود الموضوعية) :

أولا : في البنود (1-4) ظلل في ورقة الإجابة: (a) إذا كانت العبارة صحيحة
(b) إذا كانت العبارة خـاطئـة

---

(1) إذا كانت $f'(x)=\frac{1}{x^2}+x$ ، $f(2)=1$ فإن $f(x)=\frac{-1}{x}+\frac{1}{2}x^2-\frac{1}{2}$

---

(2) إذا كان $y=1$ عند $x=0$ و $y'+y=0$ فإن : $y=2e^{-x}$

---

(3) . $y^2=\frac{1}{2}x$ هي معادلة قطع مكافئ بؤرته $\left(\frac{1}{8}\,,0\right)$

---

(4) إذا كانت X متغيرًا عشوائيًا متصلا ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$f(x)=\begin{cases}2 & :0\le x\le \frac{1}{2}\\ 0 & :\text{في ما عدا ذلك}\end{cases}$$ فإن $P(X\ge 2)=1$

ثانياً : في البنود (14- 5) لكل بند أربع اختيارات واحد فقط منها صحيح ظلل في ورقة الإجابة الرمز الدال على الاختيار الصحيح

---

(5) $\int \sqrt[3]{\cot x}\ csc^2 x\ dx=$

$a)\ \frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4}+c$

$b)\ -\frac{3}{4}\sqrt[3]{(\cot x)^4}+c$

$c)\ -\frac{3}{4}\sqrt[4]{(\cot x)^3}+c$

$d)\ 3\sqrt[3]{(\cot x)^4}+c$

---

(6) حجم المجسم الناتج من دوران دورة كاملة حول محور السينات للمنطقة المحددة بمنحنى الدالة f : $f(x)=\sqrt{x+1}$ ومحور السينات والمستقيمين $x=0\,,x=2$ بالوحدات المكعبة هو :

$a)\ 4\pi$ $b)\ 16\pi$ $c)\ 8\,\pi$ $d)\ 2\,\pi$

---

(7) $\int \frac{2x}{x^2+1} dx =$

$a)$ $2\ln(x^2+1)+c$

$b)$ $\ln(x^2+1)+c$

$c)$ $\frac{x^2}{x^2+1}+c$

$d)$ $\frac{x^2}{\frac{x^3}{3}+x}+c$

---

8) المعادلة التفاضلية التالية $(y')^2+2xy=0$ من :

$a)$ الرتبة الأولى و الدرجة الأولى

$b)$ الرتبة الثانية و الدرجة الأولى

$c)$ الرتبة الثانية و الدرجة الثانية

$d)$ الرتبة الأولى و الدرجة الثانية

---

(9) $\int (2x+1)sinx\, dx =$

$a)$ $(2x+1)cosx+2sinx+c$

$b)$ $-(2x+1)cosx-2sinx+c$

$c)$ $-(x+1)cosx-2sinx+c$

$d)$ $-(2x+1)cosx+2sinx+c$

---

(10) معادلة منحنى الدالة الذي ميل العمودي عليه عند أي نقطة (x,y) هو : $-x+3$
ويمر بالنقطة $A(2\,,3)$ هي y تساوي :

$a)$ $\frac{-x^2}{2}+3x-4$

$b)$ $3-ln|3-x|$

$c)$ $ln|3-x|+3$

$d)$ $\frac{-x^2}{2}+3x+4$

---

(11) إذا كانت $y = x^2e^x - xe^x$ ، فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي :

$a)$ $e^x(x^2+x+1)$

$b)$ $e^x(x^2-x)$

$c)$ $e^x(x^2+x-1)$

$d)$ $2x\ e^x - e^x$

---

(12) النقطة $A(-10\,,0)$ تنتمي إلى القطع الناقص الذي معادلته : $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$
فإن $AF_1 + AF_2$ حيث $F_1\,,F_2$ هما البؤرتان يساوي :

$a)$ 10 $units$ $b)$ 12 $units$ $c)$ 14 $units$ $d)$ 20 $units$

---

(13) $\int_{\frac{-\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x)\, dx =$

$a)$ 2 $b)$ 0 $c)$ 4 $d)$ π

---

(14) إذا كان Z يتبع التوزيع الطبيعي فإن : $P(0 \le Z \le 2.35)$ يساوي :

(a) 0.9906   (b) 0.5   (c) 0.4906   (d) 0.218

انتهت الأسئلة

جدول إجابة البنود الموضوعية

(1)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(2)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(3)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(4)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(5)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(6)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(7)	(a)	**(b)**	(c)	(d)
(8)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(9)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(10)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(11)	(a)	(b)	**(c)**	(d)
(12)	(a)	(b)	(c)	**(d)**
(13)	**(a)**	(b)	(c)	(d)
(14)	(a)	(b)	**(c)**	(d)

الدرجة: ....

14